Листок 4. Перечислимые и не перечислимые множества.

$\boxed{\textbf{ML 19.}}$ Существует ли алгоритм, проверяющий, что данная программа считает полиномиально вычислимую функцию. (т.е. такую функцию, для которой существует алгоритм, вычисляющий ее, который работает полиномиальное время).

$\boxed{\textbf{ML 20.}}$ (простые множества Поста) Назовем множество *иммунным*, если оно бесконечно, но не содержит бесконечных перечислимых подмножеств. Перечислимое множество называется *простым*, если его дополнение иммунно. Докажите, что простые множества существуют.

$\boxed{\textbf{ML 21.}}$ Докажите, что существует: счетное число не пересекающихся перечислимых множеств, никакие два из которых нельзя отделить разрешимым.

$\boxed{\textbf{ML 22.}}$ Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющих инъективные функции. А его дополнение?

$\boxed{\textbf{ML 23.}}$

Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки n видов $\left[\frac{s_1}{t_1}\right]$, $\left[\frac{s_n}{t_n}\right]$, s_i и t_i — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.

$\boxed{\textbf{ML 24.}}$ В алфавите есть буквы Rи S. Для каждого слова разрешается вычеркивать или дописывать в произвольные места подслова RRR и SS. Также можно заменять подслово SRS на RR и наоборот. Придумайте алгоритм, который по двум словам в этом алфавите проверит, можно ли по этим правилам одно получить из другого.

$\boxed{\textbf{ML 13.}}$ Приведите пример числа такого числа $r \in \mathbb{R}$, что множество $\{q \in \mathbb{Q} \mid q \leq r\}$ не является перечислимым.

$\boxed{\textbf{ML 15.}}$ Пусть S — разрешимое множество натуральных чисел. Разложим все числа из S на простые множители, из данных простых составим множество D. Верно ли что D разрешимо?

$\boxed{\textbf{ML 16.}}$ Докажите, что существуют перечислимые не пересекающиеся множества A, B, которые не могут быть отделены разрешимым множеством, т.е не существует такого разрешимого множества C, что $A \subseteq C$ и $B \cap C = \emptyset$.