Задание 6 (на 12.10).

ML 27. Пусть $g(x_1, \dots, x_k) = y_0$, где $y_0 = \min\{y \mid f(x_1, \dots, x_k, y) = 0\}$. Покажите, что при вычислимой не всюду определенной f, g может быть невычислимой.

ML 28. Пусть $H = \{(n, x) \mid <n>(x) \text{ останавливается}\}$. Покажите, что $H \in \Sigma_1$ и любое множество из Σ_1 m-сводится к H.

ML 29. Покажите, что множество номеров алгоритмов, которые не останавливаются ни на одном входе,

(а) лежит в классе Π_1;

(б) любое другое множество из Π_1 m-сводится к этому множеству;

(в) Покажите, что это множество не лежит в Σ_1.

ML 30. Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющим сюръективные функции? А его дополнение?

ML 31. Обозначим через $K(x)$ минимальное такое число n, что алгоритм с номером n (номер алгоритма — это номер его текста, при этом строчки упорядочиваются сначала по длине, потом по алфавиту) на входе 0 входе печатает x и останавливается. Докажите, что $K(x)$ не является вычислимой функцией.

ML 32. Пусть предикат $A(n, x)$ обладает таким свойством: для любого разрешимого предиката $R(x)$ найдется такое натуральное число r, что $A(r, x) = R(x)$ для всех x. Покажите, что предикат A не разрешим.

ML 21. Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки n видов $\left[\frac{s_1}{t_1}\right]$, $\left[\frac{s_n}{t_n}\right]$, s_i и t_i — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.