

$\mathbf{L}(\mathbf{NL})$  — класс языков для которых существует ДМТ (НМТ), которая использует  $O(\log(n))$  памяти.

**СС 23.** Докажите, что:

- (а)  $\mathbf{L} \subseteq \mathbf{P}$ ;
- (б) если  $\mathbf{SAT} \in \mathbf{L}$ , то  $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{L}$ .

**СС 24.** Докажите, что:

- (а) задача проверки графа на сильную связность лежит в  $\mathbf{NL}$ ;
- (б) задача проверки графа на сильную связность является полной в классе  $\mathbf{NL}$  (относительно сведений по Карпу, использующих логарифмическую память).

**СС 25.** Приведите пример языка из  $\mathbf{P/poly}$ , который не лежит в  $\mathbf{P}$ .

**СС 26.** (подсказка:  $\mathbf{NEXP}^{\mathbf{NEXP}}$  vs.  $\mathbf{NEXP}$ ) Докажите, что если  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ , то существует язык из  $\mathbf{EXP}$ , схемная сложность которого не меньше  $\frac{2^n}{10n}$ .

**СС 27.** Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время  $O(n^2)$  решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время  $O(n^3)$ .

**СС 10.** Докажите, что:

- (а) что число  $n$  простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя  $q$  числа  $n - 1$  существует  $a \in 2, 3, \dots, n - 1$  при котором  $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ , а  $a^{\frac{n-1}{q}} \not\equiv 1 \pmod{n}$ ;
- (б) язык простых чисел лежит в  $\mathbf{NP}$ .

**СС 15.** Пусть существует  $\mathbf{NP}$ -полный унарный язык (все слова которого, состоят только из одного символа). Докажите, что  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ .

**СС 20.** Постройте примеры полных задач относительно сведений по Карпу в классах:

- (а)  $\mathbf{EXP}, \mathbf{NEXP}$ ;
- (б)  $\mathbf{NE} = \bigcup_{c>0} \mathbf{NTime}[2^{cn}]$ .

**СС 21.** (подсказка: вспомните задачу  $\mathbf{P} = \mathbf{NP} \Rightarrow \mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$ ) Пусть  $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{DTime}[n^{\log(n)}]$ , докажите, что  $\mathbf{PH} \subseteq \bigcup_k \mathbf{DTime}[n^{\log^k(n)}]$ .