Задание 1 (на 10.02).

Языком будем называть подмножество множества конечных булевых слов. Язык $L \subseteq \{0,1\}*$ разрешим алгоритмом A, если $A(x) = L(x)$.

CC 1. Придумайте систему доказательств для языка алгоритмов, которые останавливаются хотя бы на одном входе.

CC 2. Известно, что произведение матриц размера $n \times n$ можно посчитать за $O(n^{\omega})$, где $\omega = 2.37...$. Придумайте доказательство того, что произведение двух матриц над $\mathbb{F}_2$ размера $n \times n$ не ноль, которое можно проверить за $O(n^2)$.

CC 3. Граф задан матрицей смежности. Как доказать, что он не двудольный? Доказательство должно проверяться за $O(V)$, где V — число вершин в графе.

CC 4. Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицания. Предъявите полиномиальный алгоритм для определения выполнимости хорновских формул.

CC 5. Рассмотрим язык выполнимых формул, где каждый клоз либо хорновский, либо состоит из двух литералов. Пусть у вас есть алгоритм A, который разрешает данный язык за полиномиальное время. Предъявите алгоритм, который разрешает любую КНФ формулу за полиномиальное время.

CC 6. Пусть функции $f, g : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ можно посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти (память считается только на рабочих лентах, входная лента доступна только для чтения, а по выходной ленте головка машины Тьюринга движется только слева направо). Докажите, что функцию $f(g(x))$ можно также посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти.